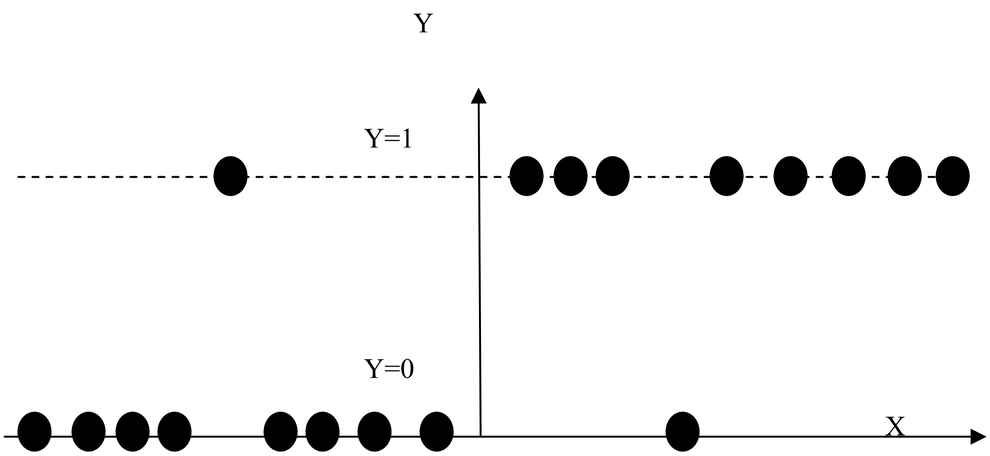
บทที่ 1
แนวคิดพื้นฐานของแบบจำลองโลจิต

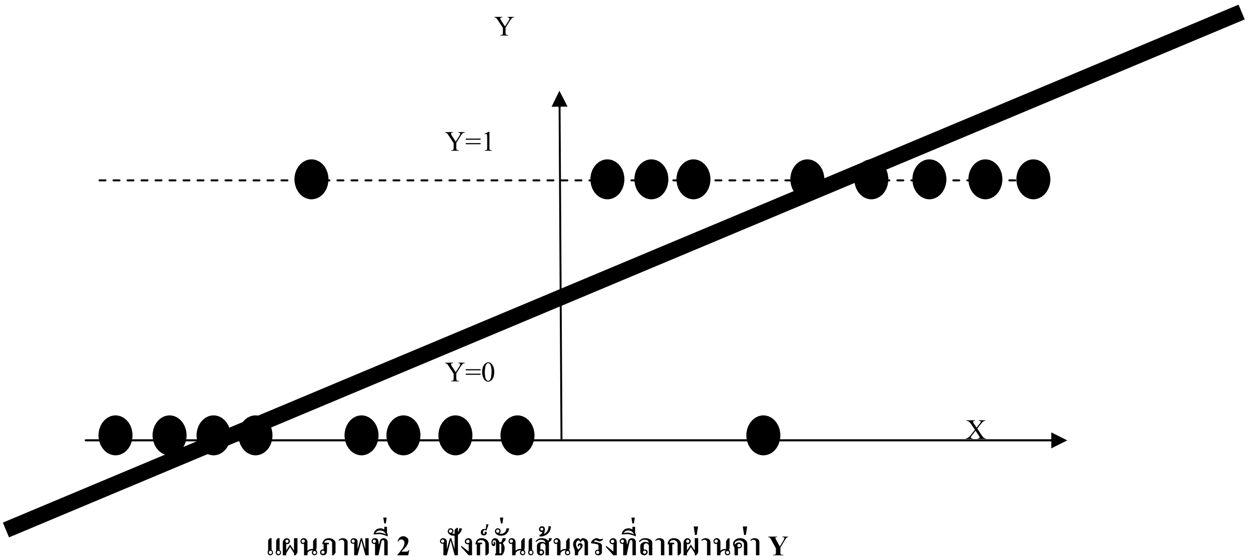
แบบจำลอง binary logit หรือ logistic regression ใช้สำหรับหาความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรต้น (explanatory variables) กับตัวแปรตาม (dependent variables) ซึ่งตัวแปรตามมีค่าเพียงสองค่าคือ 1 กับ 0 เท่านั้น

เรื่องของเรื่องก็มีอยู่ว่า เมื่อตัวแปรตาม (Y) มีเพียงสองค่าคือ หนึ่ง กับ ศูนย์ แล้วหากค่า Y แปรไปตามค่า X เช่น ถ้าค่า X มีค่าน้อย ๆ แล้วค่า Y จะเท่ากับศูนย์ แต่หากค่า X มีค่ามาก ๆ แล้วค่า Y จะมีค่าเท่ากับหนึ่ง เราจะเขียนกราฟของค่า Y ได้ดังแผนภาพที่ 1 ดังนี้



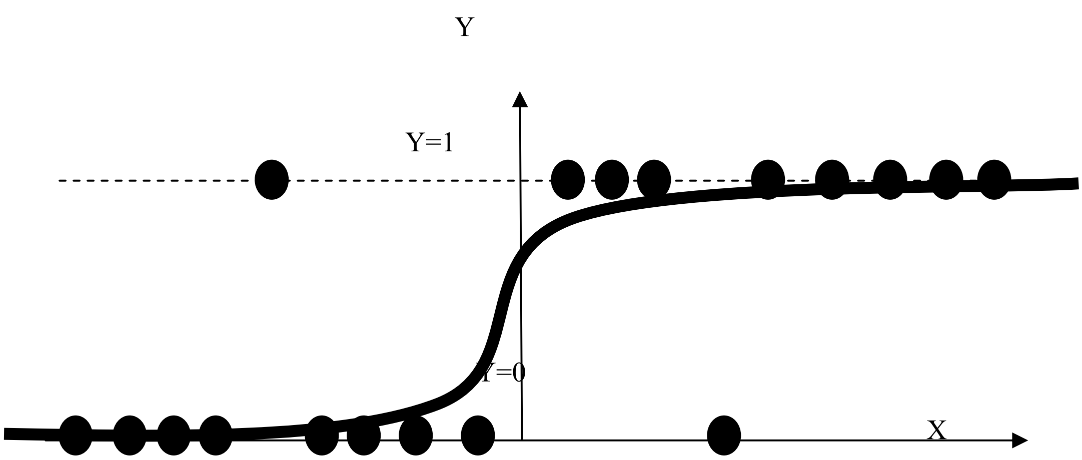
แผนภาพที่ 1 กราฟของค่า Y ที่มีเพียงค่าหนึ่งและศูนย์

ปัญหาของเราก็คือเราจะหาฟังก์ชั่นอะไรที่มาลากผ่านค่า Y แล้วให้ครอบคลุมค่า Y ให้มากที่สุดเท่าที่จะเป็นไปได้ ลองดูฟังก์ชั่นเส้นตรงก่อนเป็นอย่างไร ลองดูในแผนภาพที่ 2



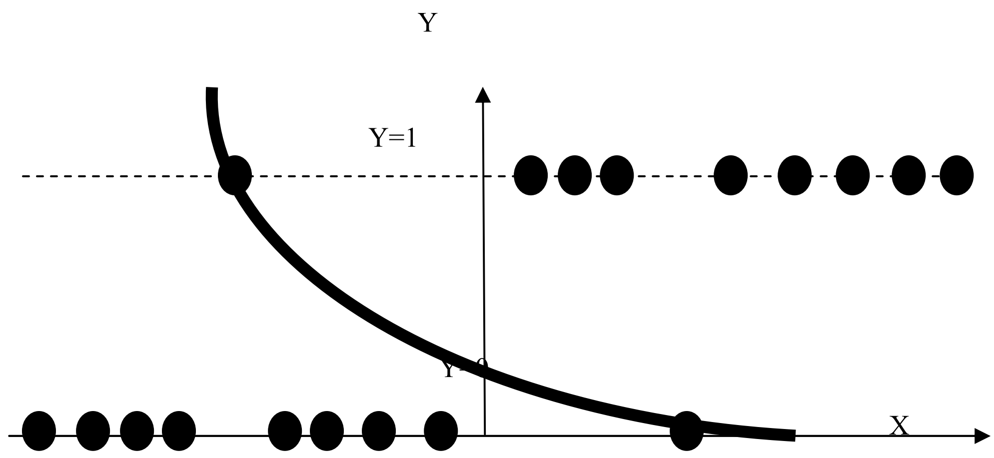
แผนภาพที่ 2 ฟังก์ชั่นเส้นตรงที่ลากผ่านค่า Y

ฟังก์ชั่นเส้นตรงในแผนภาพที่ 2 ดูเหมือนว่าจะไม่ครอบคลุมค่า Y ได้มากสักเท่าไรเลย เราจึงจะลองมองหาเส้นโค้งสักรูปแบบหนึ่งที่ลากผ่านค่า Y ได้ในจำนวนมาก ๆ ลองดูอีกครั้งในแผนภาพที่ 3

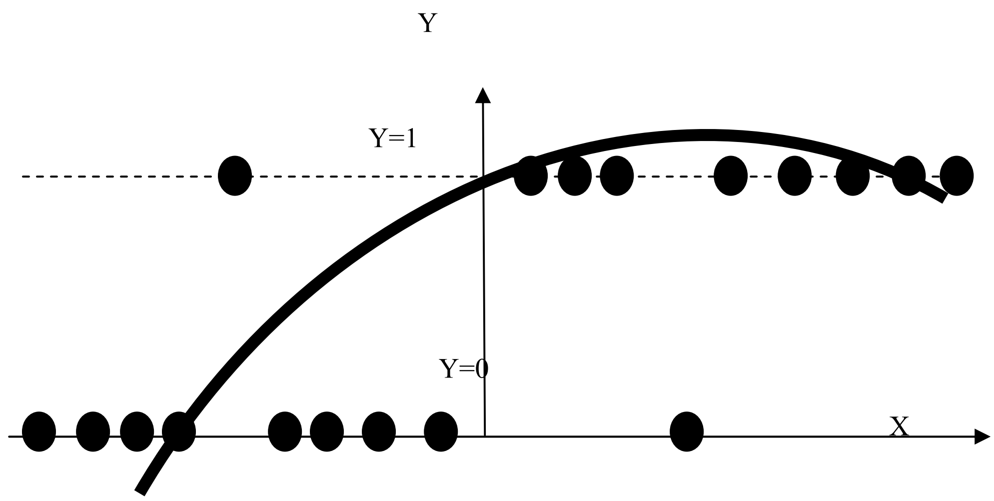


แผนภาพที่ 3 ฟังก์ชั่นเส้นโค้งที่ลากผ่านค่า Y

ฟังก์ชั่นเส้นโค้งในแผนภาพที่ 3 ดูเหมือนจะครอบคลุมค่า Y ได้มากกว่าฟังก์ชั่นเส้นตรงในแผนภาพที่ 2 เอาหล่ะเราจะลองหาฟังก์ชั่นอื่น ๆ มาลากผ่านค่า Y ดูอีกก็ได้ ลองดูสิว่าจะได้ผลดีกว่าในแผนภาพที่ 3 ไหม ลองดูในแผนภาพที่ 4 และ 5 ดูกันบ้าง



แผนภาพที่ 4 ฟังก์ชั่นเส้นโค้งที่ลากผ่านค่า Y



แผนภาพที่ 5 ฟังก์ชั่นเส้นโค้งที่ลากผ่านค่า Y

จากการทดลองของเราหลายครั้งที่ผ่านมาในแผนภาพที่ 1 ถึง 5 จะเห็นได้ว่าฟังก์ชั่นเส้นโค้งในแผนภาพที่ 3 ดูเหมือนจะดีกว่าฟังก์ชั่นแบบอื่น เราจึงตกลงใจว่าเราจะเลือกฟังก์ชั่นแบบนี้มาใช้ในการแก้ปัญหาเรื่องค่า Y ที่มีสองค่าคือหนึ่งกับศูนย์ก็แล้วกัน ตอนนี้ขอแนะนำอย่างเป็นทางการว่าฟังก์ชั่นนี้มีชื่อเรียกว่าฟังก์ชั่นโลจิสติกส์ (Logistic function) การที่เราเลือกเอาฟังก์ชั่นที่ชื่อว่าโลจิสติกส์มาใช้ในการวิเคราะห์ก็เลยกลายเป็นที่มาของชื่อแบบจำลองคือโลจิต (Logit)

ในทางคณิตศาสตร์ ฟังก์ชั่นโลจิสติกส์เขียนได้ว่า

$$Y = \frac{1}{1 + e^{-X}}$$

ฟังก์ชั่นนี้มีคุณสมบัติอยู่ว่าเมื่อใส่ค่า X เข้าไปแล้วจะผลิตค่า Y ออกมาอยู่ในกรอบระหว่างศูนย์กับหนึ่ง โดยที่ไม่รวมค่าศูนย์และไม่รวมค่าหนึ่ง คือ $Y = (0,1)$

ในขั้นต่อไปเราจะนำเอาฟังก์ชั่นโลจิสติกส์ไปใส่ในเรื่องสถิติ ซึ่งสถิติก็เกี่ยวข้องกับ "โอกาส" คิดง่าย ๆ เหมือนกับการทอดลูกเต๋า แต่ในเรื่องของเรานั้นค่า Y ออกมาได้เพียงสองค่าคือ หนึ่ง หรือศูนย์ ซึ่งก็เหมือนการเล่นไฮโลซึ่งผลจะออกมาไม่สูงก็ต่ำ หรือเหมือนการเล่นโยนหัวก้อยซึ่งผลจะออกมาไม่หัวก็ก้อย อย่างไรอย่างนั้น

เอาเป็นว่าเราแทงก้อยก็แล้วกัน สมมุติว่าเราลุ้นว่าเหรียญจะออกก้อยหรือไม่ แล้วถ้าก้อยเท่ากับ 1 แล้วหัวเท่ากับ 0 ในเมื่อเราแทงก้อยเราก็ลุ้นสุดตัวว่าเหรียญจะออกก้อย ดังนั้น "ก้อย" คือสิ่งที่เราสนใจ

โอกาสของการเกิดเหตุการณ์ที่อยู่ในความสนใจ คือ โอกาสที่จะออกก้อย เขียนเป็นภาษาคณิตศาสตร์ได้ว่า $\Pr(y=1)$ ซึ่งต่อไปถ้าพวกเราเห็นสัญลักษณ์นี้ให้อ่านว่า โอกาสที่จะออกก้อย อย่าไปอ่านว่า พีอาร์ วายเท่ากับหนึ่ง นั่นเชยมากและไม่สื่อความหมายอะไร ถ้าจะดีขึ้นมาหน่อยก็อ่านว่า Probability ที่ค่า Y จะเท่ากับหนึ่ง นั่นก็ดีแต่เป็นทางการเกินไป เรียกกันง่าย ๆ ในที่นี้ว่า "โอกาสที่จะออกก้อย" ก็แล้วกัน แล้ว $\Pr(y = 0)$ อ่านว่าอะไรครับ ก็อ่านว่า "โอกาสที่จะออกหัว" เข้าใจตรงกันนะครับ

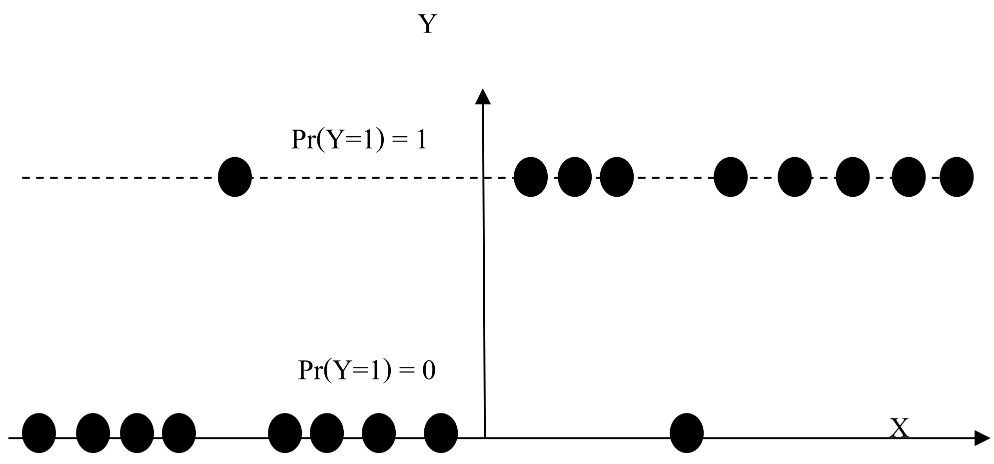
ในเมื่อเราเลือกใช้ฟังก์ชั่นโลจิสติกส์ แน่นอนว่าค่า Y ไม่ออกไปทางหนึ่งก็ศูนย์ คือ ไม่ออกก้อยก็หัว แต่เราจะรู้ได้อย่างไรว่าเมื่อไรจะออกก้อยเมื่อไรจะออกหัว มันต้องมีอะไรสักอย่างที่เป็นตัวกำหนด เอาเป็นว่าตัวกำหนดได้แก่น้ำหนักมือในการโยนเหรียญละกัน ให้ X คือน้ำหนักมือในการโยนเหรียญ ถ้า X มากก็แปลว่าโยนแรง ๆ ถ้า X น้อยก็แปลว่าโยนเบา ๆ

มาถึงตอนนี้เราก็จะได้ว่า "โอกาสในการออกก้อย" ขึ้นอยู่กับ "น้ำหนักมือในการโยนเหรียญ"

$$\Pr(y=1) = f(X)$$

ถ้าน้ำหนักในการโยนเบา ๆ โอกาสที่จะออกก้อยก็น้อยลงคือแทบจะเท่ากับศูนย์ และถ้าโยนแรง ๆ โอกาสในการออกก้อยก็มากขึ้นคือเกือบจะเป็นหนึ่ง แต่โอกาสก็คือโอกาส มันไม่มีทางเป็นศูนย์ได้และไม่มีทางเป็นหนึ่งร้อยเปอร์เซ็นต์ได้ ไม่ใช่ว่าโยนเบาทุกครั้งจะออกหัวได้ตลอด และไม่ใช่ว่าโยนแรงแล้วจะออกก้อยได้ตลอด มันมีความไม่แน่นอนอยู่ แต่มันมักจะเป็นอย่างนั้น เราเลยเรียกว่ามีโอกาสมีแนวโน้ม มีอะไรก็สุดแล้วแต่จะพูด แต่มันก็คือหัวใจของสถิติซึ่งก็คือความเป็นไปได้ที่ก็ยังมีความไม่แน่นอนอยู่ด้วยตลอด

ลองทบทวนกันใหม่ ถ้าโยนเบา ๆ คือ ค่า X น้อย ๆ แล้วจะทำให้โอกาสที่จะออกก้อยแทบจะเป็นศูนย์ คือ $\Pr(y=1)$ วิ่งเข้าใกล้ศูนย์ คือ $\Pr(y=1)=0$ แต่ถ้า ค่า X มาก ๆ แล้วจะทำให้โอกาสที่จะออกก้อยมีมากจนแทบจะเป็นหนึ่ง (คือหนึ่งร้อยเปอร์เซ็นต์) นั่นคือ $\Pr(y=1)$ วิ่งเข้าใกล้หนึ่ง คือ $\Pr(y=1)=1$ รูปจะออกมาได้ดังแผนภาพที่ 6 หรือไม่



แผนภาพที่ 6 โอกาสที่จะออกก้อยสัมพันธ์กับน้ำหนักมือในการโยนเหรียญ

แผนภาพที่ 6 ดูคุ้น ๆ ตา อ๋อนี่ก็คือแผนภาพที่ 1 แต่เอามาเขียนชื่อแกนใหม่ แทนที่จะเป็น Y=0 ก็เป็น Pr(Y=1) = 0 และแทนที่จะเป็น Y = 1 ก็เป็น Pr(Y=1) =1

เมื่อเราต้องการฟังก์ชั่นที่รวบรวมค่า Pr(Y=1) ที่ผลิตออกมาได้จากการใส่ค่า X เข้าไป หรือกล่าวอย่างเป็นวิชาการได้ว่า ฟังก์ชั่นที่แสดงความสัมพันธ์ระหว่างค่า Pr(Y=1) กับ X เราก็คงเห็นแล้วจากแผนภาพที่ 3 ว่า ฟังก์ชั่นเส้นโค้งแบบโลจิสติกส์นั้นดีที่สุด เราจึงเขียนความสัมพันธ์ดังกล่าวด้วยฟังก์ชั่นโลจิสติกส์ดังนี้

$$\Pr(y=1)=\frac{1}{1+e^{-X}}$$

เขียนมาถึงขั้นนี้แล้วหลายคนอาจจะไม่เชื่อว่ามันจะเป็นอย่างนั้นจริง ๆ ถ้าอย่างนั้นก็ต้องลองพิสูจน์ดู เราจะแทนค่า X ด้วยค่าน้อย ๆ ค่าเท่ากับศูนย์ และค่ามาก ๆ ดู ผลจะออกมาเป็นอย่างไร ดูได้จากตารางที่ 1

ตารางที่ 1 โอกาสที่จะออกก้อยเมื่อแทนค่า X ที่ต่าง ๆ กันเข้าไป

ค่า X	**โอกาสที่จะออกก้อย**	**คำแปล**
-3	0.05	5 เปอร์เซ็นต์
-2	0.12	12 เปอร์เซ็นต์
-1	0.27	27 เปอร์เซ็นต์
0	0.50	ห้าสิบห้าสิบ
1	0.73	73 เปอร์เซ็นต์
2	0.88	88 เปอร์เซ็นต์
3	0.95	95 เปอร์เซ็นต์

ค่าจากตารางที่ 1 เมื่อเอามาเขียนเป็นกราฟก็จะได้เป็นสมการโลจิสติกส์คล้าย ๆ กับที่วาดไว้ในแผนภาพที่ 3 ถ้ายังไม่เชื่ออีกก็ลองพล็อตดูก็ได้ แต่ต้องลองเอาไปทำเองบ้าง

ทีนี้ในเรื่องเศรษฐมิติมันมีการกำหนดอะไรเพิ่มเติมอีกนิดหน่อย คือ อยู่ ๆ X ไม่ได้เกิดขึ้นได้เอง แต่ถูกกำหนดมาอีกที เช่น น้ำหนักมือเกิดจากปัจจัยต่าง ๆ อีกจำนวนมาก เช่น พื้นที่ของมือ เส้นผ่านศูนย์กลางของมือ มือผู้หญิงหรือมือผู้ชาย มือเด็กหรือมือผู้ใหญ่ มือมีนิ้วครบไหม มือชื้นหรือแห้ง มันมีให้คิดได้มากมาย เราเรียกปัจจัยเหล่านี้ว่า ตัวแปร x

ตัวแปร x ส่งผลต่อตัวแปร X ในขนาดที่ต่าง ๆ กัน บางเรื่องเป็นเรื่องที่มีอิทธิพลมาก บางเรื่องมีอิทธิพลน้อย เราจะบอกว่าอิทธิพลมากหรือน้อยด้วยค่าเบต้า แล้วเมื่อรวมเรื่องอิทธิพลเข้ากับเรื่องปัจจัยต่าง ๆ ซึ่งสมมติว่ามีจำนวน N ตัว ก็จะบอกได้ว่าน้ำหนักมือจะออกมาหนักหรือเบา ดังนี้

$$\beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \ldots + \beta_N x_N = X$$

อนึ่ง ค่าเบต้าศูนย์ คือ ค่าคงที่ ซึ่งหากปราศจากอิทธิพลของตัวแปรใด ๆ แล้ว น้ำหนักมือ คือ X มีแนวโน้มที่จะเข้าใกล้ค่าคงที่คือเบต้าศูนย์นั้นอยู่แล้ว

เมื่อเราสร้างให้ค่าเบต้าและค่า x เป็นเวกเตอร์ คือ เมตริกซ์ที่มีขนาด N แถว กับ 1 หลัก เวลาคูณเมตริกซ์เพื่อให้ได้ค่าออกมาเหมือนกับสมการข้างต้นก็จะต้องเขียนว่า

$$x'\beta = X$$

ทำไมเราต้องเขียนแบบนี้ ก็เพราะเราจะได้ไม่ต้องเขียนยาว ๆ ใครอยากเขียนยาว ๆ ก็ได้ตามใจ แต่ผมจะเขียนสั้น ๆ เพราะสะดวกกว่า ความหมายก็เหมือนกัน ไม่จำเป็นต้องเขียนให้ยาว

โดยสรุปก็คือ โอกาสในการออกก้อย เกิดจากน้ำหนักมือ (X) ซึ่งได้รับอิทธิพลมาจากตัวแปรอื่น ๆ อีกมากมาย โดยที่ถ้าน้ำหนักมือน้อย ๆ ก็จะทำให้โอกาสที่จะออกก้อยเกือบเป็นศูนย์ และหาน้ำหนักมือมากก็จะทำให้โอกาสที่จะออกก้อยเกือบเป็นร้อยเปอร์เซ็นต์ ดังนั้นเมื่อนำสิ่งที่กล่าวมาทั้งหมดเขียนเป็นสมการคณิตศาสตร์ก็จะออกมาได้อย่างสวยงามดังสมการที่ (1.1) ดังนี้

$$\Pr(y=1) = \frac{1}{1+e^{-x'\beta}} \qquad \ldots\ldots.(1.1)$$

เรามาดูกันต่อไปว่า โอกาสที่จะเกิดเหตุการณ์ที่ไม่ได้ลุ้นอยู่ คือ โอกาสที่จะออกหัว $\Pr(y=0)$ ย่อมเหลือเท่ากับ $1-\Pr(y=1)$ หรือเขียนได้ว่า

$$\Pr(y=0)=1-\left(\frac{1}{1+e^{-x'\beta}}\right)=\frac{1+e^{x'\beta}-1}{1+e^{-x'\beta}}=\frac{e^{-x'\beta}}{1+e^{-x'\beta}} \qquad ....(1.2)$$

ความเป็นต่อ (odd ratio) ของการเกิดเหตุการณ์ที่สนใจเมื่อเทียบกับเหตุการณ์ที่ไม่สนใจ หรือความเป็นต่อที่เหรียญจะออกก้อยเมื่อเทียบกับการจะออกหัวว่าเป็นกี่เท่าตัว สามารถเขียนได้ว่า

$$\frac{\Pr(y=1)}{\Pr(y=0)}=\frac{\left(\frac{1}{1+e^{-x'\beta}}\right)}{\left(\frac{e^{-x''\beta}}{1+e^{-x'\beta}}\right)}=\frac{1}{e^{-x'\beta}}=e^{x''\beta} \qquad ....(1.3)$$

สมการที่ (1.3) สามารถปรับให้เป็นสมการเส้นตรงได้ ด้วยการ take ln เข้าไป ซึ่งจะให้ผลดังแสดงในสมการที่ (1.4) ดังนี้

$$\ln\left(\frac{\Pr(y=1)}{\Pr(y=0)}\right)= \quad x'\beta \quad =\beta_0+\beta_1 x_1+\ldots+\beta_k x_k \qquad ....(1.4)$$

เมื่อสมการที่ (1.4) สามารถจัดอยู่ในรูปสมการเส้นตรงได้แล้วจะสามารถประมาณค่าพารามิเตอร์ (β) ทั้งหลายได้ด้วยวิธีการกำลังสองน้อยที่สุด (Ordinary least squares: OLS) หรือวิธี Regression แบบธรรมดาที่สุดที่ทุกท่านคงจะคุ้นเคยกันดีอยู่แล้ว

ค่าเบต้าที่เราได้ออกมานี้จะทำให้เราทราบว่าปัจจัยไหนบ้างที่ส่งผลให้เหรียญออกก้อย ยังจำได้หรือไม่ว่ามีปัจจัยอะไรบ้าง ขอทบทวนให้ฟังคือ พื้นที่ของมือ เส้นผ่านศูนย์กลางของมือ มือผู้หญิงหรือมือผู้ชาย มือเด็กหรือมือผู้ใหญ่ มือมีนิ้วครบไหม มือชื้นหรือแห้ง เป็นต้น หากค่าเบต้าเท่ากับศูนย์ก็แปลว่าเรื่องนั้นไม่มีอิทธิพลอะไร หากมีค่ามากก็แปลว่ามีอิทธิพลมาก หากมีค่าน้อยก็แปลว่ามีอิทธิพลน้อย หากเป็นเครื่องหมายลบก็แปลว่าแทนที่จะทำให้ออกก้อยกลับทำให้ออกหัว

สรุปแล้วแบบจำลองโลจิตใช้บอกได้ว่าปัจจัยอะไรบ้างที่จะทำให้เหรียญมีโอกาสออกก้อยนั่นเอง

อย่างไรก็ตาม ท่านจะเห็นว่าค่าเบต้าที่ออกมาในสมการที่ 1.4 นั้น มีตัวแปรทางซ้ายมือที่ยุ่งพัวพันกันไปหมด คือ ค่าล็อน(ln) ของสัดส่วนระหว่างโอกาสที่จะออกก้อยต่อโอกาสที่จะออกหัว ตกลงแล้วมันจะอ่านค่าโอกาสที่จะออกก้อยได้อย่างไร

การอ่านค่าจากแบบจำลองโลจิตประเภทที่ค่า Y มีสองค่าคือหนึ่งกับศูนย์นี้ (Binary logit) มีหลักสำคัญอยู่สามประการ ดังนี้

ประการที่หนึ่ง ความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรต้น (Explanatory variables) และตัวแปรตาม (Dependent variables) สามารถอ่านได้จากค่านัยสำคัญทางสถิติ ในการศึกษาทางเศรษฐศาสตร์ถือว่าหากมีนัยสำคัญมากกว่า 0.90 แสดงว่าตัวแปรต้นและตัวแปรตามมีความสัมพันธ์กันทางสถิติแล้ว ในการคำนวณด้วยโปรแกรม Eviews จะให้ค่า Prob. มา การอ่านนัยสำคัญทำได้โดยอ่านค่าดังนี้

ก) หากค่า Prob. < 0.01 หมายความว่ามีนัยสำคัญที่ระดับ 0.99 หรือแปลว่ามีความเชื่อมั่นร้อยละ 99 ว่าความสัมพันธ์ที่ค้นพบนั้นเป็นจริง

ข) หากค่า $0.01 \leq$ Prob. < 0.05 หมายความว่ามีนัยสำคัญที่ระดับ 0.95 หรือแปลว่ามีความเชื่อมั่นร้อยละ 95 ว่าความสัมพันธ์ที่ค้นพบนั้นเป็นจริง

ค) หากค่า $0.05 \leq$ Prob. < 0.10 หมายความว่ามีนัยสำคัญที่ระดับ 0.90 หรือแปลว่ามีความเชื่อมั่นร้อยละ 90 ว่าความสัมพันธ์ที่ค้นพบนั้นเป็นจริง

ประการที่สอง Marginal effect คือ หากตัวแปรต้นมีค่าเพิ่มขึ้นเท่ากับ 1 หน่วย แล้วตัวแปรตามจะเปลี่ยนแปลงไปเท่าไร ในการอ่านค่ามีสองกรณีดังนี้

ก) หากตัวแปรต้น (x) มีลักษณะเป็นตัวแปรที่มีเพียงสองค่า คือ 0 และ 1 เหมือนกัน ดังนั้น การเปลี่ยนจาก 0 เป็น 1 ถือว่าเป็นการเปลี่ยนแปลง 1 หน่วย เพราะหนึ่งลบศูนย์เท่ากับหนึ่ง ยกตัวอย่างว่า เปลี่ยนจากมือผู้หญิงมาเป็นมือผู้ชาย เป็นต้น ในที่นี้การอ่านค่า Marginal effect สามารถใช้สูตรที่เสนอโดย Judge, et al (1988) ดังนี้

$$\frac{\partial \Pr(y=1)}{\partial x_k} = \frac{\partial\left(\frac{1}{1+e^{-x'\beta}}\right)}{\partial x_k} = \frac{\beta_k \exp(-x'\beta)}{[1+\exp(-x'\beta)]^2} \qquad \text{……..(1.5)}$$

สมการที่ 1.5 อ่านว่า ถ้าตัวแปร x ตัวที่ k เปลี่ยนไปหนึ่งหน่วยแล้ว จะทำให้โอกาสของการที่เหรียญจะออกก้อยเปลี่ยนไปเท่าใด

เมื่อลองทำ Partial derivatives ดูก็จะได้ผลเหมือนที่เขียนไว้ใน Judge, et al (1988) ว่า โอกาสที่เหรียญจะออกก้อยจะเปลี่ยนแปลงไปเท่ากับ ค่า เบต้าของตัวแปร x ตัวที่ k นั้น คูณกับ ค่า exponential ของน้ำหนักมือที่ติดเครื่องหมายลบ หารด้วย หนึ่งบวกค่า exponential ของน้ำหนักมือที่ติดเครื่องหมายลบ ซึ่งทั้งหมดยกกำลังสอง

ปัญหามีอยู่ว่าจะเอาค่าน้ำหนักมือตรงไหนเข้าไปแทนค่าในสมการนี้ เมื่อน้ำหนักมือคือ $x'\beta$ มันคำนวณได้หลายจุด แล้วจะเอาจุดไหน ปัญหานี้ก็ต้องมาตีความว่า Partial derivatives แปลว่าอะไร มันแปลว่าถ้าตัวแปร x ตัวที่ k เปลี่ยนไปหนึ่งหน่วย แล้วก็ต้องถามว่าเปลี่ยนไปหนึ่งหน่วยจากอะไร เช่น มันเปลี่ยนจากศูนย์เป็นหนึ่ง หรือเปลี่ยนจากหนึ่งเป็นสอง

ในโปรแกรมสำเร็จรูป เช่น Limdep ซึ่งเขียนโดย William Greene เจ้าพ่อคนหนึ่งในวงการเศรษฐมิติโลก แก้ปัญหานี้ด้วยการเอาค่าเฉลี่ยของ x มาคูณกับค่าเบต้า (ซึ่งค่าเบต้าออกมาค่าเดียวอยู่แล้วสำหรับ x หนึ่งตัวจึงไม่มีปัญหา) ก็เป็นวิธีที่ดีซึ่งเราก็อาจจะทำอย่างนั้นก็ได้ แต่มีปัญหาตามมาอยู่บ้างคือ หากตัวแปร x มีเพียงสองค่าคือหนึ่งกับศูนย์ (เช่น มือผู้หญิง x = 0 หรือมือผู้ชาย x = 1) ค่าเฉลี่ยของตัวแปรนี้ก็จะประมาณ 0.5 เมื่อเพิ่มขึ้นไปอีกหนึ่งหน่วยตามหลัก Partial derivatives ก็จะได้เป็น 1.5 ซึ่งไม่มีความหมาย หรือหากนักวิจัยจะตีความไปตามค่า Marginal effect ที่โปรแกรมคำนวณให้นั้นก็จะเป็นการ Over-estimate การเปลี่ยนแปลงโอกาสของการที่เหรียญจะออกก้อย คือ ถ้าโปรแกรมคำนวณมาได้ว่าถ้าเป็นมือผู้ชายแล้วโอกาสที่จะออกก้อยจะเพิ่มขึ้น 60 เปอร์เซ็นต์ เอาเข้าจริง ๆ มันน้อยกว่านั้น เพราะค่าที่เพิ่มขึ้นถึง 60 เปอร์เซ็นต์ นั้นคิดจากค่า x = 1.5 ซึ่งเกินกว่ามือผู้ชาย เพราะมือผู้ชายนั้น x = 1.0 เท่านั้น

แต่หากเรามาคิดว่าในการวิเคราะห์ด้วยแบบจำลอง binary logit จะต้องวิเคราะห์เทียบกับ base case เสมอ ซึ่ง base case คือ กรณีที่ค่าตัวแปรต้น (x) ทั้งหมดในแบบจำลองมีค่าเท่ากับศูนย์ ก็เป็นไปได้ที่จะแทนค่า x ทั้งหมดให้เท่ากับศูนย์ไว้ก่อน จากนั้นเมื่อตัวแปร x ตัวที่ k เพิ่มขึ้นหนึ่งหน่วย ก็จะหมายความว่าเพิ่มจาก x = 0 คือมือผู้หญิง เป็น x = 0 + 1 = 1 คือมือผู้ชาย ในกรณีเช่นนี้ Partial derivatives มีความหมายชัดเจนว่าเป็นการเปลี่ยนจากมือผู้หญิงมาเป็นมือผู้ชาย แล้วจึงจะมาดูว่าโอกาสที่เหรียญจะออกก้อยจะเปลี่ยนแปลงไปเท่าใด

มาถึงตอนนี้ขอขยายความว่า Partial derivatives หมายความว่า หากตัวแปร x ตัวที่ k เพิ่มขึ้นหนึ่งหน่วย ก็ต้องถามว่าเพิ่มขึ้นจากอะไร เพิ่มขึ้นจากตอนที่เป็น base case ใช่ไหม ถ้าใช่ ตอนที่เป็น base case คืออะไร ก็คือทุกตัวแปรมีค่าเท่ากับศูนย์ ดังนั้น Marginal effect ที่คำนวณออกมาตามสมการที่ (1.6) และ (1.7) ก็คือ Marginal effect ซึ่งเทียบกับ base case

ดังนั้นเมื่อลองแทนค่า x เท่ากับศูนย์ทั้งหมด ทำให้สมการที่ (1.5) มีการเปลี่ยนแปลงเป็นดังสมการที่ (1.6) ดังนี้

$$\frac{\partial \Pr(y=1)}{\partial x_k} = \frac{\beta_k \exp(-\beta_0)}{\left(1+\exp(-\beta_0)\right)^2} \qquad \text{........(1.6)}$$

ในกรณีที่ β_0 ไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ หรือ β_0 มีค่าไม่ต่างจากศูนย์ จะทำให้สมการที่ (1.6) สามารถเขียนใหม่ได้ดังแสดงในสมการที่ (1.7)

$$\frac{\partial \Pr(y=1)}{\partial x_k} = \frac{\beta_k \exp(0)}{\left(1+\exp(0)\right)^2} = \frac{\beta_k}{(1+1)^2} = \frac{\beta_k}{4} \qquad \text{........(1.7)}$$

การคำนวณค่า Marginal effect โดยการแทนค่า x ทั้งหมดด้วยศูนย์ ด้วยแนวคิดที่ว่าเป็นการเทียบกับ base case เป็นเรื่องที่ทำให้อะไร ๆ ง่ายขึ้น เพราะเราสามารถหารค่าเบต้าของตัวแปรนั้น ๆ ด้วยสี่ และต้องเน้นว่าจะทำอย่างนี้ได้ก็ต่อเมื่อค่าเบต้าศูนย์หรือค่าคงที่ของแบบจำลองมีค่าไม่ต่างจากศูนย์ด้วย หรือก็คือเบต้าศูนย์ต้องไม่มีนัยสำคัญทางสถิติ หากมีนัยสำคัญก็ต้องคำนวณค่า exponential ของค่าเบต้าศูนย์ซึ่งติดเครื่องหมายลบนั้นก่อน แล้วจึงเข้าสูตรตามสมการที่ (1.6) จะหารสี่เฉย ๆ ดังสมการที่ (1.7) ไม่ได้

ข) หากตัวแปรต้นมีลักษณะเป็นตัวแปรที่มีค่าต่อเนื่อง เช่น พื้นที่ของฝ่ามือ ซึ่งมีหน่วยเป็นตารางเซนติเมตร การคำนวณmarginal effect ก็ใช้สูตรเดียวกันกับสมการที่ (1.5) ได้เช่นกัน แต่การแทนค่าตัวแปร x ด้วยค่าเฉลี่ยตามที่โปรแกรม Limdep ซึ่งเขียนโดย William Greene ได้เสนอไว้ เพราะในกรณีนี้พื้นที่ฝ่ามือที่เท่ากับศูนย์คงจะไม่มี แต่พื้นที่ขนาดเท่ากับค่าเฉลี่ยระหว่างหญิงกับชายก็คือกลาง ๆ ไม่ใหญ่ไม่เล็กจนเกินไป

ตัวแปรรายได้เป็นอีกตัวอย่างหนึ่งที่ไม่ควรแทนค่าศูนย์เข้าไปในการหาค่า Marginal effect เพราะคนที่รายได้เท่ากับศูนย์นั้นแทบจะไม่มี แล้วการที่รายได้เพิ่มขึ้นมาหนึ่งบาทก็แทบจะไม่มีผลต่อการตัดสินใจเลือกซื้ออะไรได้เลยเพราะคน ๆ นั้นก็คงจะจนมาก ในกรณีเราควรเลือกใช้ค่าเฉลี่ยของรายได้มากกว่า ซึ่งเมื่อคำนวณ Marginal effect ออกมาแล้วก็จะได้ว่าเมื่อรายได้เพิ่มจากรายได้เฉลี่ยของคนทั่ว ๆ ไปขึ้นมาอีกหนึ่งบาทแล้วจะทำให้โอกาสเลือกซื้อสินค้าเปลี่ยนไปหรือไม่

ทั้งนี้ไม่ได้มีสูตรตายตัวว่าหากตัวแปร x มีค่าต่อเนื่องแล้วจะแทนค่าด้วยศูนย์เพื่อคำนวณ Marginal effect ไม่ได้ เช่น ในการวิเคราะห์การตัดสินใจใช้บริการขนส่ง ตัวแปรผลต่างระหว่างระยะทางจากโรงงานไปถึงสถานีขนส่งกับจากโรงงานไปยังสถานีรถไฟนั้นมีค่าเท่ากับศูนย์ได้ ซึ่งค่าเท่ากับศูนย์หมายความว่าระยะทางไม่ต่างกัน การแทนค่าศูนย์เข้าไปในการหาค่า Marginal effect ย่อมมีความหมายว่าเมื่อเทียบกับกรณีที่ไม่มีความแตกต่างกันด้านระยะทาง เป็นต้น

ประการที่สาม โอกาสที่จะเกิดเหตุการณ์ที่สนใจ สามารถแทนค่าตัวแปร x ต่าง ๆ พร้อมกับค่าเบต้าเข้าไปในสมการต่อไปนี้แล้วอ่านค่าได้เลย

$$\Pr(y=1)=\frac{1}{1+e^{-x'\beta}}$$

คมสัน สุริยะ. 2552. **แบบจำลองโลจิต: ทฤษฎีและการประยุกต์ใช้ในการวิจัยทางเศรษฐศาสตร์**. เชียงใหม่: ศูนย์การวิเคราะห์เชิงปริมาณ คณะเศรษฐศาสตร์ มหาวิทยาลัยเชียงใหม่. [online] http://www.tourismlogistics.com

ผมขอขอบคุณทุกท่านที่ส่งคำแนะนำอันเป็นประโยชน์และแจ้งข้อผิดพลาดอันเกิดจากการพิมพ์มายัง suriyakomsan@yahoo.co.th